

天津商业大学 2019 年研究生入学考试试题

专 业：统计学

课程名称：概率论与数理统计（817）

共 7 页 第 1 页

说明：1. 答案标明题号写在答题纸上，写在试题纸上的无效。

2. 分位数数据： $t_{0.975}(15) = 2.1314$, $\chi_{0.95}^2(1) = 3.8415$, $\chi_{0.975}^2(15) = 27.4884$,

$\chi_{0.025}^2(15) = 6.2621$, $F_{0.95}(2, 12) = 3.89$, $F_{0.975}(7, 6) = 5.7$, $F_{0.975}(6, 7) = 5.12$, $\Phi(2) = 0.9772$

一、单项选择题（每小题 2 分，共 40 分）

1. 以 A 表示事件“数学考试及格，英语考试不及格”，则 \bar{A} 表示（ ）.

- A. 数学考试不及格，英语考试及格 B. 数学和英语考试都及格
C. 数学和英语考试都不及格 D. 数学考试不及格或英语考试及格

2. 某人射击时，中靶的概率为 0.75，如果射击直到中靶为止，则射击次数为 3 的概率为（ ）.

- A. 0.75^3 B. $0.75^2 \times 0.25$
C. $0.25^2 \times 0.75$ D. 0.25^3

3. 已知两事件 A, B 满足 $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B})$ ，且 $P(A) = 0.4$ ，则 $P(B) =$ （ ）.

- A. 0.5 B. 0.6
C. 0.75 D. 0.8

4. 设连续型随机变量 X 的分布函数是 $F(x)$ ，其密度函数关于 Y 轴对称， a 为任意实数，则下列结论中正确的是（ ）.

- A. $F(-a) = F(a)$ B. $F(-a) = \frac{1}{2}F(a)$
C. $F(-a) = 1 - F(a)$ D. $F(-a) = \frac{1}{2} - F(a)$

5. 设 $X \sim U[1, 5]$ ，当 $x_1 < 1 < x_2 < 5$ 时， $p(x_1 < X < x_2) =$ （ ）.

- A. $\frac{x_2 - 1}{4}$ B. $\frac{x_2 - x_1}{4}$
C. $\frac{x_2 - 1}{5}$ D. $\frac{5 - x_2}{5}$

- A. 变小
B. 变大
C. 不变
D. 不确定

13. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(0,1)$ 的样本, \bar{X}, S^2 分别为样本均值与样本方差, 则 ().

A. $\bar{X} \sim N(0,1)$

B. $n\bar{X} \sim N(0,1)$

C. $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi^2(n-1)$

D. $\frac{\bar{X}}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

14. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, 通过样本 X_1, X_2, \dots, X_n 检验假设 $H_0: \mu = \mu_0$, $H_1: \mu \neq \mu_0$ 应采用的统计量是 ().

A. $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

B. $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

C. $\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$

D. $\frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$

15. 以下说法正确的是 ().

A. 当置信水平一定时, 置信区间的宽度随着样本容量的增大而增大

B. 用矩估计法和最大似然估计法求出的估计量一定相同

C. 贝叶斯估计中的先验分布和后验分布均属于同一个分布族

D. 以上说法全不正确

16. 以下说法正确的是 ().

A. 方差齐性检验仅适用于双正态总体的情形

B. 重复数相等时进行多重比较应使用 S 法

C. 与直方图相比, 茎叶图保留了原始数据的信息

D. 以上说法全不正确

17. 在假设检验中, 原假设为 H_0 , 备择假设为 H_1 , 则称 () 为犯第二类错误.

A. H_0 为真, 不拒绝 H_1

B. H_0 为真, 拒绝 H_1

C. H_0 不真, 不拒绝 H_1

D. H_0 不真, 拒绝 H_1

18. 设 $\hat{\theta}$ 是参数 θ 的无偏估计，且有 $\text{Var}(\hat{\theta}) > 0$. 则以下说法正确的是（ ）.

A. $(\hat{\theta})^2$ 不是 θ^2 的无偏估计 B. $(\hat{\theta})^2$ 是 θ^2 的无偏估计

C. $(\hat{\theta})^2$ 可能是 θ^2 的无偏估计 D. 不能确定

19. 以下不是正态性检验方法的是（ ）.

A. 正态概率图 B. 成对数据 t 检验

C. W 检验 D. EP 检验

20. 某食品厂生产听装饮料，现从生产线上随机抽取 4 听饮料，其净重为 351, 347, 335, 344. 设该样本的经验分布函数为 $F_n(x)$ ，则 $F_n(347) =$ （ ）.

A. 0 B. 0.25

C. 0.75 D. 1

二、计算与分析题（本题共 70 分）。

1. (本题 10 分) 有三个箱子，第一个箱子中有 4 个黑球和 1 个白球，第二个箱子中有 3 个黑球和 3 个白球，第三个箱子中有 3 个黑球和 5 个白球。现随机取一个箱子，再从这个箱子中取出 1 个球，计算：

(1) 取出的球是白球的概率；

(2) 若已知取出的球是白球，此球来自第一个箱子的概率。

2. (本题 10 分) 随机向量 (X, Y) 的分布如下表所示：

X \ Y	Y		
	0	1	2
-1	0.1	0.2	0.3
1	0.2	0.1	0.1

(1)求 $E(X)$, $E(Y)$, $E(XY)$, $D(X)$, $D(Y)$;

(2)求 ρ_{XY} .

3. (本题 15 分) 设 (X, Y) 的联合概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} x + y & 0 < x, y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$.

请计算:

(1) X 与 Y 的边际密度函数;

(2) $P(X + Y \leq 1)$;

(3) $Y = y$ 的条件下, X 的条件密度函数;

(4)求 $E(X | Y = 0.5)$.

4. (本题 10 分) 已知总体 X 的概率密度函数为 $f(x; \theta) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 其中 $\theta > 0$ 为

未知参数. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 是样本, 求 θ 的最大似然估计.

5. (本题 10 分) 甲、乙两台车床加工某种零件, 假设零件的直径服从正态分布, 总体方差反映了加工的精度, 为比较两台机床的加工精度有无差别, 从甲、乙两台车床各自加工的零件中分别抽取 7 件产品和 8 件产品, 测其直径为

机床甲: 9.2 10.9 9.9 10.4 9.6 9.8 10.2

机床乙: 10.2 9.8 9.5 10.2 10.4 9.8 10.1 10.0

在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下检验两台车床的加工精度有无显著差异.

6. (本题 15 分) 设从总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 中抽取样本 x_1, x_2, \dots, x_{16} , 通过计算得到 $\sum_{i=1}^{16} x_i = 85$,

$$\sum_{i=1}^{16} x_i^2 = 720.$$

(1) 试求 μ 的 0.95 的置信区间;

(2) 试求 σ^2 的 0.95 的置信区间.

三、应用与证明题（本题共 40 分）

1. (本题 10 分) 设随机变量 X 服从参数为 2 的指数分布, 证明: $Y = 1 - e^{-2X}$ 服从 $(0,1)$ 上的均匀分布.

2. (本题 10 分) 对敌人的防御工事进行 100 次轰炸, 每次轰炸命中目标的炸弹数为一随机变量, 且其期望为 2, 方差为 1。运用中心极限定理求 100 次轰炸中有 180 至 220 颗炸弹击中目标的概率。

3. (本题 10 分) 某粮食加工厂试验三种储藏方法对粮食含水率有无显著影响. 现取一批粮食分成三份, 分别用不同的方法储藏, 过一段时间后测得的含水率如下表.

储藏方法	含水率数据				
A_1	7.3	8.3	7.6	8.4	8.3
A_2	5.4	7.4	7.1	6.8	5.3
A_3	7.9	9.5	10.0	9.8	8.4

假定各种方法储藏的粮食的含水率服从正态分布, 且方差相等. 利用统计软件进行了方差分析, 其部分数据如下表所示:

来源	平方和	自由度	均方	F 比
因子	①	②	⑤	⑦
误差	8.236	③	⑥	
总和	26.893	④		

(1) 填写表中数据①至⑦;

(2) 在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下, 讨论 3 种储藏方法对含水率有无显著影响.

4. (本题 10 分)某医院收得乙型脑炎重症病人 400 例，随机分成两组，分别用同样的中草药方剂治疗，但其中一组加一定量的牛黄，每个病人根据治疗方法和治疗效果进行分类，得出如下数据

	治愈	未愈	合计
不加牛黄	110	80	190
加牛黄	140	70	210
合计	250	150	400

试问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，牛黄对乙型脑炎重症病人是否有显著疗效？